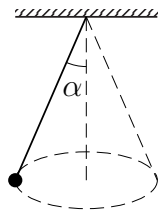


1. Груз массы m , прикрепленный пружиной жёсткости k к оси, движется вокруг этой оси по окружности радиуса R с угловой скоростью ω . Какова длина недеформированной пружины? (2.1.59)

2. Найти период T вращения маятника, совершающего круговые движения в горизонтальной плоскости. Длина нити l . Угол, образуемый нитью с вертикалью α .



3. Космонавты, высадившиеся на поверхность Марса, измерили период вращения конического маятника (небольшое тело, прикрепленное к нити и движущееся по окружности в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью), оказавшийся равным $T = 3$ с. Длина нити $l = 1$ м. Угол, составленный нитью с вертикалью, $\alpha = 30^\circ$. Найти по этим данным ускорение свободного падения на Марсе.

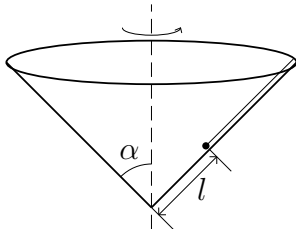
4. Однородный канат длиной l и массой m с прикрепленным к одному концу грузом массой $m/3$ находятся на гладкой горизонтальной поверхности стола и вращаются с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через другой конец каната. Размер груза мал по сравнению с длиной каната.

1. Найдите силу, действующую на груз со стороны каната.
2. Найдите силу натяжения каната на расстоянии $l/3$ от оси вращения.

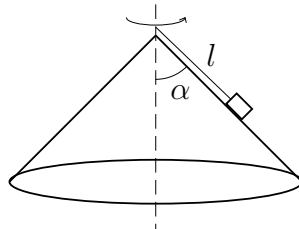
5. Тело массы M связано нитью длины L с осью, вокруг которой оно обращается с угловой скоростью ω . Найдите силу натяжения нити. Размеры тела малы, силой тяжести пренебречь. Замените нить однородной верёвкой массы m и найдите силу её натяжения на расстоянии x от оси вращения. (2.1.56)

6. Воронка в виде прямого кругового конуса с углом $2\alpha = 120^\circ$ при вершине вращается вокруг своей оси, расположенной вертикально. К краю воронки прикреплен с помощью нити небольшой шарик, находящийся на расстоянии l от вершины конуса. С каким периодом должна вращаться система, чтобы нить не провисала при таком положении шарика?

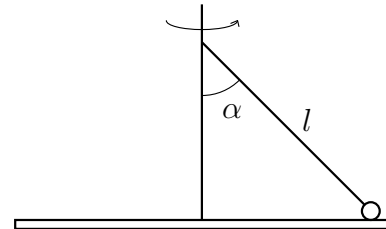
7. К вершине прямого кругового конуса прикреплен с помощью нити длиной l небольшой шарик. Вся система вращается вокруг оси конуса, расположенной вертикально. При каком числе оборотов в единицу времени шарик не будет отрываться от поверхности конуса? Угол при вершине конуса $2\alpha = 120^\circ$.



Задача 6



Задача 7



Задача 8

8. Вокруг вертикально расположенного стержня вращается насаженный на него диск. На диске находится шарик, прикрепленный к стержню нитью длиной l и составляющей угол α со стержнем. С каким периодом должна вращаться система, чтобы шарик не отрывался от диска?

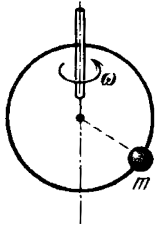
9. На гладкое проволочное кольцо радиуса R , расположенное вертикально, надета маленькая бусинка. Кольцо вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей по диаметру кольца. Где находится бусинка? (2.1.57)

10. Груз массой m прикреплен к стержню длиной l . Другой конец стержня шарнирно прикреплен к вертикальной оси. Нарисуйте примерный график зависимости угла α , образуемого стержнем с вертикалью, от угловой скорости ω вращения оси.

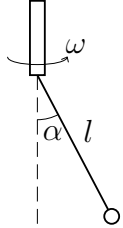
11. К вертикальной оси привязана нить длиной $2l$, на конце и в середине которой прикреплены одинаковые шарики. Ось приводят во вращение. При каком значении угловой скорости участки OA и AB начнут отклоняться от вертикали? Каким будет отношение малых углов отклонения участков нити OA и AB от вертикали?

12. К тяжёлому шарик, подвешенному на нити длины l , подвешен второй тяжёлый шарик на нити той же длины. При вращении шариков вокруг вертикальной оси, проходящей через верхнюю точку подвеса, обе нити лежат в одной плоскости и составляют с вертикалью постоянные углы α и β . Найдите угловую скорость вращения шариков. (2.1.58)

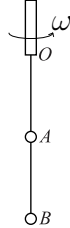
13. Замкнутая металлическая цепочка соединена нитью с осью центробежной машины и вращается с угловой скоростью ω . При этом нить составляет угол α с вертикалью. Найдите расстояние от центра тяжести цепочки до оси вращения.



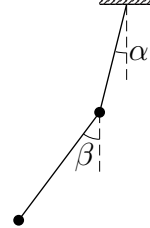
Задача 9



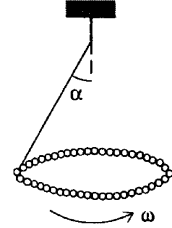
Задача 10



Задача 11

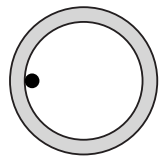


Задача 12

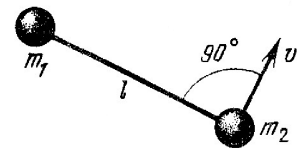


Задача 13

14. По «экватору» внутренней поверхности однородной оболочки массы M движется с постоянной по величине скоростью маленький шарик массы m , совершая полный оборот за время T . Считая, что внешних сил нет и трение отсутствует, определить с какой силой шарик давит на сферу. Расстояние между центром шарика и центром сферической поверхности равно l .



- 15*. Два тела массы m_1 и m_2 связаны натянутой нитью длины l и движутся по гладкой горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени оказалось, что первое тело неподвижно, а скорость второго тела, равная v , перпендикулярна нити. Определите силу натяжения нити. (2.2.24)



- 16*. Три точечные массы m_1, m_2, m_3 связаны нитями длины l и вращаются с угловой скоростью ω вокруг центра масс, сохраняя конфигурацию равностороннего треугольника. Найдите силу натяжения всех нитей. (2.2.26)

17. Из тонкого резинового жгута массы m и жёсткости k сделали кольцо радиуса R_0 . Это кольцо раскрутили вокруг его оси. Найдите новый радиус кольца, если угловая скорость его вращения равна ω . (2.1.60)

18. Цепочка массой m и длиной l надета на гладкий круговой конус с углом при вершине 2α . Конус вместе с цепочкой вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, совпадающей с осью симметрии конуса. Плоскость цепочки горизонтальна. Найдите натяжение цепочки.

19. При какой продолжительности суток на Земле тела на экваторе были бы невесомы? Радиус Земли $R = 6400$ км.

20. При какой продолжительности суток тела на экваторе Земли весили бы в два раза меньше, чем на полюсе?

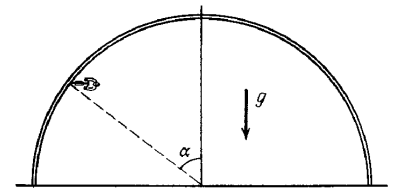
21. Искусственный спутник Земли запущен с экватора и вращается по круговой орбите в плоскости экватора в направлении осевого вращения Земли. Радиус орбиты спутника в 3 раза больше радиуса Земли $R = 6400$ км. Через какое время спутник в первый раз пройдёт над точкой запуска?

22. Искусственный спутник Земли запущен с экватора и вращается по круговой орбите в плоскости экватора в направлении вращения Земли. Найдите отношение радиуса орбиты спутника к радиусу Земли, при котором он периодически проходит над точкой запуска ровно через двое суток.

23. Известно, что спутник, находящийся на орбите, высота которой над поверхностью Земли $h = 3600$ км, обращается вокруг Земли за одни сутки и может «висеть» над одной и той же точкой экватора. Допустим, что для транслирования телепередач на такую же высоту запустили спутник, который «завис» над Москвой. Какую силу тяги должен развивать двигатель спутника, чтобы удерживать его на заданной орбите? Масса спутника $m = 1$ т, широта Москвы — около 60° , радиус Земли $R = 6400$ км.

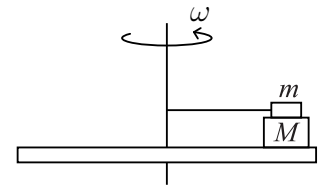
24. Горизонтальный диск радиуса $R = 10$ м вращается вокруг своей оси, делая 2 об/мин. Вдоль края диска навстречу вращению едет мотоцикл со скоростью $v = 30$ км/ч относительно диска. Каким должен быть коэффициент трения между шинами мотоцикла и диском, чтобы мотоцикл не соскальзывал с диска?
25. С какой максимальной скоростью может проехать мотоцикл по закруглению дороги радиуса $R = 80$ м, если коэффициент трения между шинами мотоцикла и асфальтом равен $\mu = 0,5$?
26. Шофер, едущий на автомобиле, внезапно заметил впереди себя забор, перпендикулярный направлению его движения. Что выгоднее сделать, чтобы предотвратить аварию: затормозить или повернуть в сторону?
27. Автомобили на автодроме испытываются на скорости $v = 120$ км/час. Под каким углом к горизонту должно быть наклонено полотно дороги с радиусом закругления $R = 110$ м, чтобы движение автомобиля было наиболее безопасным даже в гололедицу?
28. Каким должен быть коэффициент трения резины о внешнюю поверхность конуса с углом при вершине 2α , чтобы мотоциклист мог двигаться по поверхности конуса по горизонтальной окружности радиусом R со скоростью v ?
29. С какой максимальной скоростью может ехать по горизонтальной плоскости мотоциклист, описывая круг радиуса R , если коэффициент трения равен μ ? На какой угол от вертикали он должен при этом отклониться? Во сколько раз увеличится максимально допустимая скорость мотоциклиста при движении по наклонному треку с углом наклона α к горизонту по сравнению с максимально допустимой скоростью при движении по горизонтальному треку при том же радиусе поворота и том же коэффициенте трения? (2.1.64)

30. В цирковом аттракционе мотоциклист движется по внутренней поверхности сферы радиуса R . Разогнавшись, он начинает описывать горизонтальную окружность в верхней полусфере. После этого для большего эффекта нижнюю полусферу убирают. Определите минимальную скорость мотоциклиста, если коэффициент трения шин о поверхность сферы равен μ , а угол между вертикалью и направлением к мотоциклисту из центра сферы равен α . При $R = 5$ м, $\mu = 0,5$ найдите минимальное значение скорости, с которой мотоциклист может двигаться по кругу в верхней полусфере. (2.1.66)



31. Полый цилиндр с внутренним радиусом R катится без проскальзывания с постоянной скоростью по столу. На внутренней поверхности цилиндра находится небольшая шайба, коэффициент трения скольжения которой о его поверхность равен μ . При какой минимальной угловой скорости вращения цилиндра шайба сможет находиться в покое относительно него.

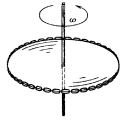
32. Диск может вращаться вокруг вертикальной оси, перпендикулярной его плоскости. На диске лежит небольшой брусок массы M на расстоянии R от оси. На горизонтальной поверхности бруска находится шайба массы m , прикрепленная к оси нитью. Диск вместе с бруском и шайбой очень медленно увеличивает свою угловую скорость. Коэффициент трения скольжения между шайбой и бруском μ . Считая трение между бруском и диском пренебрежимо малым, определить при какой угловой скорости ω брусок начнет выскальзывать из-под шайбы.



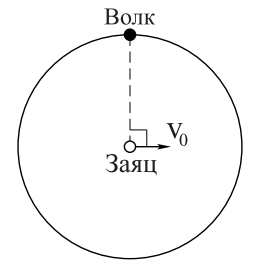
33. В условии предыдущей задачи коэффициент трения скольжения между бруском и диском μ , а трение между шайбой и бруском пренебрежимо мало. Определите, при какой угловой скорости брусок начнет выскальзывать из-под шайбы.

34. Горизонтальный диск начинают раскручивать вокруг его оси с линейно возрастающей со временем угловой скоростью $\omega = \epsilon t$. При какой угловой скорости тело, расположенное на расстоянии r от оси диска, начнет соскальзывать с него, если коэффициент трения между ними равен μ . (2.1.63)

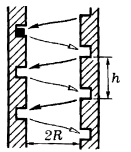
35. Кольцевая цепочка массы m надета на горизонтальный диск радиуса R . Сила натяжения надетой цепочки T . Найдите коэффициент трения между диском и цепочкой, если при вращении диска с угловой скоростью, равной или превышающей ω , цепочка с него спадает. (2.1.61)



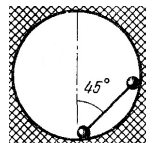
36. На горизонтальной поверхности льда нарисована окружность радиусом $R = 10$ м. В центре окружности находится заяц, а волк — как вы уже догадались — на окружности. Заяц может двигаться по прямой с постоянной скоростью $v_0 = 2$ м/с, как показано на рисунке. Волк должен двигаться по окружности так, чтобы расстояние между ним и зайцем всё время оставалось равным начальному. До какой точки окружности волк сможет добраться, не нарушая правил игры? Коэффициент трения на льду $\mu = 0,05$. Волк движется строго по окружности, не подпрыгивая.



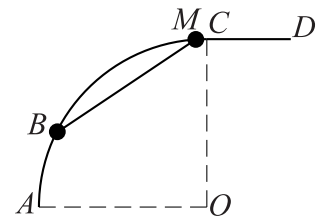
37. По винтообразному желобу с прямоугольным профилем, вырезанному на внутренней поверхности бесконечного длинного полого цилиндра, скользит маленький кубик. Радиус основания цилиндра равен R , шаг винта h , коэффициент трения скольжения μ . Найти установившуюся скорость движения кубика. Размер кубика и глубина желоба много меньше R .



- 38* Горизонтальная площадка с лежащей на ней монетой совершает круговое поступательное движение в горизонтальной плоскости так, что все её точки описывают окружности радиусом R с угловой скоростью ω . Коэффициент трения между монетой и площадкой μ . Каким будет установившееся движение монеты? Какой след «вычерчивает» она на площадке?
39. Автомобиль, трогаясь с места, равномерно набирает скорость, двигаясь по горизонтальному участку дороги, представляющему собой дугу окружности в 30° радиуса $R = 100$ м. С какой максимальной скоростью автомобиль мог выехать на прямой участок пути? Коэффициент трения шин о землю $\mu = 0,3$.
40. В сферическую полость поместили гантель (два шарика массы m каждый, соединённые невесомым стержнем) так, как это показано на рисунке. Определите силу давления шариков на стенки сразу же после того, как гантель отпустили. Радиус шариков гантели много меньше радиуса сферы. (2.1.53)



41. Муфты M и B соединены лёгким нерастяжимым тросом длины l и могут двигаться без трения по направляющей ACD , расположенной в горизонтальной плоскости и представляющей часть дуги окружности AC радиуса l , плавно переходящей в прямолинейный участок CD . Муфту M передвигают с постоянной по величине скоростью v_0 вдоль направляющей ACD . При движении муфт по участку AC трос не провисает. Найти натяжение троса сразу после выхода муфты M на прямолинейный участок CD . Масса муфты B равна m .



42. Человек поднимается в гору с углом подъёма α с постоянной скоростью v_0 и тянет за собой с помощью лёгкой верёвки длины l сани массы m , находящиеся на горизонтальном участке. Найти натяжение верёвки в тот момент, когда она составляет угол α с горизонтом. Силой трения саней о поверхность дороги пренебречь.

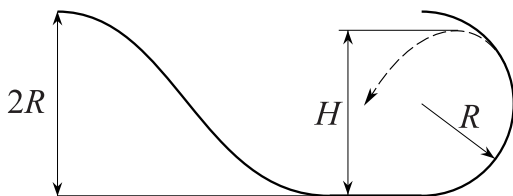


43. По сторонам прямого угла скользит жёсткая палочка длиной $2l$, в центре которой закреплена бусинка массой m . Скорость нижней точки палочки постоянна и равна v . Определите, с какой силой действует бусинка на палочку в тот момент, когда она составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с вертикалью.
44. На гладкий горизонтальный стержень насажена маленькая шайба массы M . К шайбе привязана лёгкая нерастяжимая нить длины l , которая в начальный момент вытянута вдоль стержня. Нить начинают тянуть за свободный конец со скоростью v_0 перпендикулярно стержню. Считая, что нить в начальный момент не провисала, найти силу натяжения нити сразу после начала движения. Через какое время сила возрастёт в 8 раз?

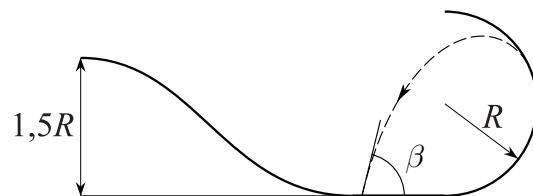
45. С верхней точки шара радиуса $R = 54$ см, закреплённого на горизонтальной поверхности стола, соскальзывает без начальной скорости и без трения небольшой шарик. На какую максимальную высоту от стола поднимется шарик после упругого удара о стол?

46. Небольшая шайба соскальзывает без начальной скорости и без трения с верхней точки шара, закреплённого на горизонтальной поверхности стола. Под каким углом к поверхности стола шайба ударится о стол?

47. Небольшой шарик соскальзывает без начальной скорости с высоты $2R$, двигаясь без трения по желобу, расположенному в вертикальной плоскости. Горизонтальный участок желоба плавно переходит в полуокружность радиуса $R = 81$ см. Какой максимальной высоты H достигнет шарик после отрыва от желоба?



Задача 47

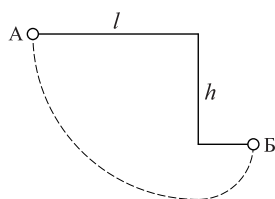


Задача 48

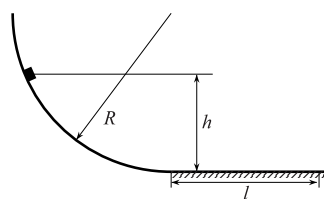
48. С высоты $1,5R$ соскальзывает без начальной скорости небольшой шарик, двигаясь без трения по желобу, расположенному в вертикальной плоскости. Горизонтальный участок желоба плавно переходит в полуокружность радиуса R . Под каким углом β к горизонту упадёт шарик на горизонтальный участок желоба после отрыва от желоба?

49. Два шарика массы m каждый, связанные нитью длины l , движутся со скоростью v по горизонтальному столу в направлении, перпендикулярном к связывающей их нити (нить не провисает). Середина нити налетает на гвоздь. Чему равна сразу после этого сила натяжения нити? (2.1.55)

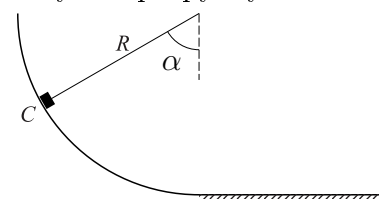
50. Шар массы m , висающий на нити длины l , отводят в сторону, так что нить занимает горизонтальное положение (положение А), и отпускают без толчка. Внизу на расстоянии $h = 2/3l$ под точкой подвеса вбит гвоздь. Какое натяжение будет иметь нить в тот момент, когда она вновь займёт горизонтальное положение (положение Б).



Задача 50



Задача 51



Задача 52

52. Спуск с горки представляет собой дугу окружности радиуса $R = 10$ м с плавным выездом на горизонтальную поверхность. Поверхность горки гладкая, а горизонтальная поверхность шероховатая с коэффициентом трения $\mu = 0,15$. На каком расстоянии от конца горки остановятся съехавшие с неё санки, если в точке C их ускорение было по модулю равно g ? Радиус, проведённый в точку C , образует с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$.

53. На гладкий горизонтальный стол поставили вертикально гантельку, состоящую из невесомого стержня с двумя одинаковыми маленькими шариками на концах. Верхнему шарикому ударом сообщают скорость v в горизонтальном направлении. При какой максимальной длине гантельки нижний шарик сразу оторвётся от стола?

