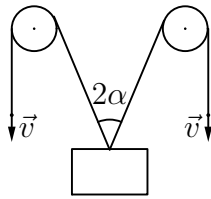
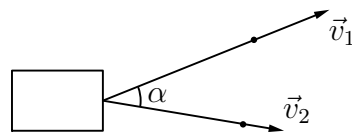


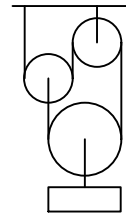
1. Может ли спортсмен на водных лыжах двигаться быстрее катера?



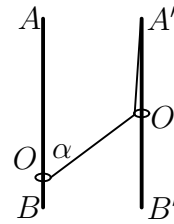
Задача 2.



Задача 3.

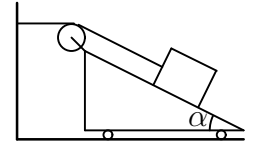


Задача 4.

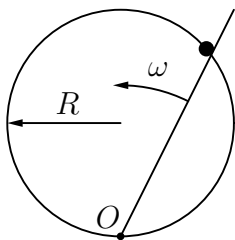


Задача 5.

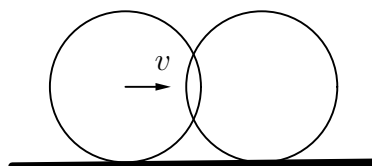
2. Рабочие, поднимающие груз, тянут канаты с одинаковыми скоростями  $v$ . Какую скорость  $u$  имеет груз в тот момент, когда угол между канатами, к которым он прикреплен, равен  $2\alpha$ ?
3. Тяжёлый ящик перемещают с помощью двух тракторов, движущихся со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ , составляющими угол  $\alpha$ . Как направлена и чему равна скорость ящика в тот момент, когда канаты параллельны векторам  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ ?
4. Найдите скорость центра левого блока в тот момент, когда скорость груза равна  $v$  и направлена вниз.
5. Колечки  $O$  и  $O'$  надеты на вертикально закреплённые стержни  $AB$  и  $A'B'$ . Нерастяжимая нить привязана к кольцу  $O$ , пропущена через кольцо  $O'$  и закреплена в точке  $A'$ . В тот момент, когда  $\angle AOO' = \alpha$ , кольцо  $O'$  движется вниз со скоростью  $v$ . Найти скорость кольца  $O$  в этот момент.
6. На неподвижном клине, образующем угол  $\alpha$  с горизонтом, лежит груз, прикрепленный к стене перекинутой через закреплённый на клине блок нерастяжимой нитью. В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянным ускорением  $a$ . С каким ускорением движется груз, пока он находится на клине?



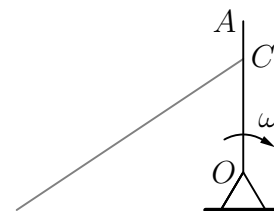
- 7\*. Мальчик, запуская воздушного змея, бежит по горизонтальной поверхности навстречу ветру со скоростью  $u$ . Нить, привязанная к змею, сматывается с катушки, которую мальчик держит в руке. В некоторый момент времени нить, которую можно считать прямолинейной, составляет с горизонтом угол  $\alpha$ , а змей поднимается вертикально вверх со скоростью  $v$ . Какова в этот момент времени скорость узелка на нити, который находится на расстояниях  $L$  от катушки и  $l$  от змея?



Задача 8.



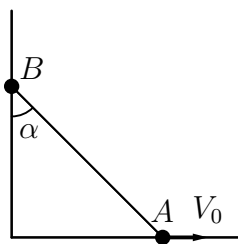
Задача 9.



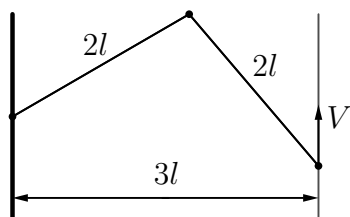
Задача 10.

8. Бусинка может двигаться по кольцу радиуса  $R$ , подталкиваемая спицей, равномерно вращающейся с угловой скоростью  $\omega$  вокруг точки  $O$  в плоскости кольца. Определите ускорение бусинки.
9. На горизонтальной поверхности стоит обруч радиуса  $R$ . Мимо него движется со скоростью  $v$  такой же обруч. Найти зависимость скорости и ускорения верхней точки «пересечения» обручей от расстояния между их центрами. Обручи тонкие; второй обруч «проезжает» вплотную к первому.
10. Луч света падает на вращающийся вертикальный экран  $OA$ , образуя на нём зайчик  $C$ . Угловая скорость вращения экрана равна  $\omega$ , а расстояние  $OC$  равно  $a$  (в данный момент); угол, образуемый лучом с горизонтом, равен  $\alpha$ . С какой скоростью скользит зайчик по экрану?
- 11\*. По окружности радиусом  $R$  с постоянной скоростью  $v$  бежит лошадь. На расстоянии  $r$  от центра окружности стоит человек. Чему равно максимальное значение скорости сближения лошади и человека?

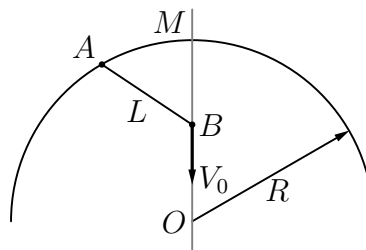
- 12\* Таракан и два жука могут ползать по большому столу. Каждый из жуков может развивать скорость до 1 см/с. В первый момент насекомые находятся в вершинах равностороннего треугольника. Какую скорость должен уметь развивать таракан, чтобы при любых перемещениях жуков треугольник оставался равносторонним?
13. Толпа муравьев тащит кусочек коры в форме равностороннего треугольника. В некоторый момент скорость вершины  $B$  равна  $V$  и направлена вдоль  $AB$ , а скорость вершины  $C$  направлена вдоль  $CB$ . Найти скорости вершин  $A$  и  $C$  в этот момент.
- 14\* По гладкой горизонтальной поверхности, вращаясь, скользит со скоростью  $v = 10$  см/с палочка длиной  $l = 10$  см. При какой угловой скорости вращения палочка ударится о вертикальную стену плашмя, если на расстоянии  $L = 50$  см от стены палочка была параллельна стене?



Задача 15.

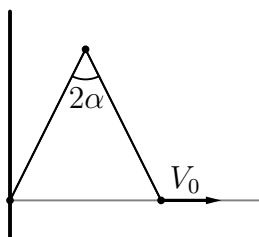


Задача 17.

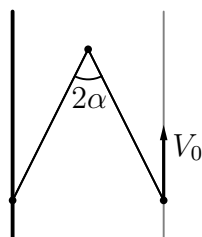


Задача 18.

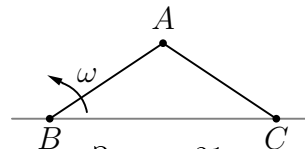
15. Стержень длиной  $L$  шарнирно соединён с муфтами  $A$  и  $B$ , которые перемещаются по двум взаимно перпендикулярным рейкам. Муфта  $A$  движется с постоянной скоростью  $V_0$ . Найдите зависимость скорости и ускорения муфты  $B$  от угла  $\alpha$ .
- 16° Концы  $A$  и  $B$  стержня  $AB$  скользят по сторонам прямого угла. Как зависит от угла  $\alpha$  скорость и ускорение середины стержня, если конец  $B$  движется с постоянной скоростью  $V_0$ . Длина стержня равна  $L$ .
17. Один конец шарнирной конструкции из двух одинаковых звеньев длины  $2l$  закреплён, а другой движется с постоянной скоростью  $V$  по прямой, расстояние до которой от неподвижного конца конструкции равно  $3l$ . Найдите ускорение шарнира в тот момент, когда: а) левое звено горизонтально, б) скорость шарнира равна нулю.
- 18\* Нерастяжимая нить длины  $L$  соединяет две бусинки  $A$  и  $B$ . Бусинку  $B$  передвигают с постоянной скоростью  $v_0$  по прямой спице  $MO$ . В результате этого бусинка  $A$  движется по спице  $CD$ , изогнутой в виде дуги окружности радиуса  $R = L\sqrt{3}$ . Найти ускорение бусинки  $A$  в тот момент, когда бусинка  $B$  будет на расстоянии  $L$  от точки  $O$ .



Задача 19.



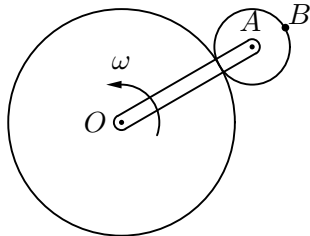
Задача 20.



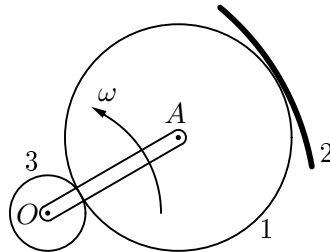
Задача 21.

19. Два стержня длины  $L$  соединены шарнирно. Свободный конец одного из стержней шарнирно прикреплен к стене, а свободный конец другого стержня двигают перпендикулярно стене с постоянной по величине скоростью  $V_0$ . Найти величину и направление вектора ускорения шарнира, соединяющего стержни, в момент, когда угол между стержнями равен  $2\alpha$ .
- 20° Два стержня длины  $L$  соединены шарнирно. Свободный конец одного из стержней шарнирно закреплён на вертикальной стене, а свободный конец другого стержня двигают с постоянной по величине вертикальной скоростью  $V_0$ . Найти величину и направление вектора ускорения шарнира, соединяющего стержни, в момент, когда их концы окажутся на одной горизонтали, если угол между стержнями в этот момент равен  $2\alpha$ .

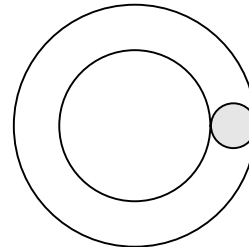
21. Два жёстких стержня длины  $l$  каждый шарнирно скреплены в точке  $A$ . Стержень  $BA$  жёстко закреплён в точке  $B$ , а точка  $C$  стержня  $AC$  может скользить по направляющей  $BC$ . Стержень  $BA$  начинают вращать в плоскости рисунка вокруг точки  $B$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Чему будут равны максимальная скорость и ускорение точки  $C$ , если в начальный момент стержни вытянуты вдоль направляющей  $BC$  ( $\angle BAC = \pi$ )?
22. Трамвай движется со скоростью  $u$ . Радиус трамвайного колеса равен  $r$ , а радиус реборды равен  $R$ . С какой скоростью и в каком направлении движется в данный момент нижняя точка реборды?



Задача 23.

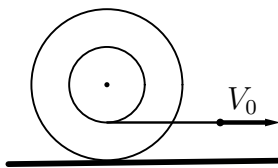


Задача 29.

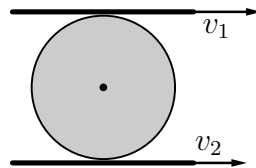


Задача 30.

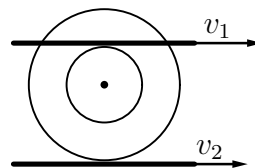
23. Кривошип  $OA$ , вращаясь с угловой скоростью  $\omega$ , приводит в движение колесо радиуса  $r$ , катящееся по неподвижному колесу радиуса  $R = 3r$ . Найдите скорость точки  $B$ .
- 24\* Найдите ускорение точки  $B$  в предыдущей задаче.
25. Найдите радиус кривизны циклоиды в точке, где он наибольший.
26. Найдите длину одной арки циклоиды.
27. Найдите радиус кривизны кардиоиды (нефроиды) в точке, где он наибольший.
28. Найдите длину кардиоиды (нефроиды).
- 29° Кривошип  $OA$ , вращаясь вокруг неподвижной оси  $O$  с угловой скоростью  $\omega$ , приводит в движение колесо 1 радиуса  $3r$ , катящееся по внутренней поверхности неподвижного колеса 2. Колесо 1, соприкасаясь с колесом 3 радиуса  $r$ , заставляет его вращаться вокруг оси  $O$ . (Колесо 3 свободно надето на ось  $O$  и не связано с кривошипом  $OA$ .) Найдите угловую скорость колеса 3.
30. Между зубчатыми колёсами радиусами  $R$  и  $r$  находится в зацеплении ролик. Колёса вращаются в противоположные стороны с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Какова будет угловая скорость вращения ролика вокруг собственной оси? Куда и с какой скоростью будет двигаться ось ролика?



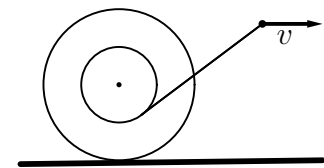
Задача 31.



Задача 32.



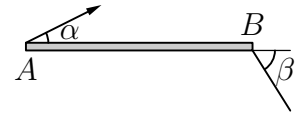
Задача 33.



Задача 35.

31. Нитку тянут со скоростью  $V_0$ . Найдите угловую скорость катушки и скорость её центра. Катушка по столу и нитка по катушке не проскальзывают. Внутренний радиус катушки  $r$ , внешний —  $R$ .
32. Две параллельные рейки движутся со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . Между рейками зажат диск радиуса  $r$ , катящийся по рейкам без скольжения. Найдите угловую скорость диска и скорость его центра?
33. Катушка, зажатая между двумя параллельными досками, движущимися со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ , катится по ним без проскальзывания. Найдите угловую скорость катушки и скорость её центра. Внутренний радиус катушки  $r$ , внешний —  $R$ .
34. Жёсткая заготовка зажата между двумя параллельными направляющими, движущимися в горизонтальном направлении со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  в противоположные стороны. В некоторый момент времени точки касания заготовки с направляющими лежат на прямой, перпендикулярной векторам  $v_1$  и  $v_2$ . Какие точки заготовки имеют в этот момент скорости, равные по абсолютной величине  $v_1$  и  $v_2$ ?

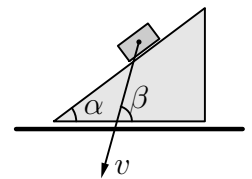
- 35\* Конец нити, намотанной на катушку, тянут с горизонтальной скоростью  $v$ . С какой скоростью движется центр катушки в тот момент, когда нить составляет угол  $\alpha$  с горизонтом? Внешний радиус катушки  $R$ , внутренний  $r$ . Катушка по столу и нить по катушке не проскальзывают.
36. По внутренней поверхности закреплённого цилиндра радиуса  $2r$  катится без проскальзывания колесо радиуса  $r$ . Найдите траекторию точки обода колеса.
37. Палочка  $AB$  длины  $l$  движется в плоскости чертежа так, что в данный момент времени скорость её конца  $A$  направлена под углом  $\alpha$ , а скорость конца  $B$  — под углом  $\beta$  к палочке. Величина скорости конца  $A$  равна  $v$ . Определить величину скорости конца  $B$ . Начертить распределение скоростей вдоль палочки.



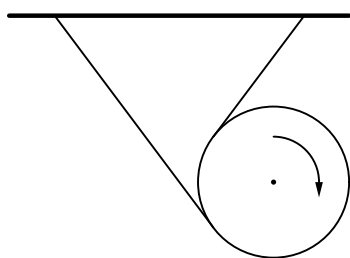
38. Горизонтальную платформу перемещают с помощью круглых катков. На сколько переместится каждый каток, когда платформа передвинется на 10 см?
39. Танк движется со скоростью  $V$ . С какой скоростью движутся относительно Земли: а) верхняя часть гусеницы, б) нижняя часть гусеницы, в) точка гусеницы, которая в данный момент движется вертикально по отношению к танку? Где находится мгновенный центр вращения гусеницы танка?

40. На клине с углом  $\alpha$  лежит монета. С каким наименьшим ускорением должен двигаться клин по горизонтальной плоскости, чтобы монета свободно падала вниз?
41. Клин, имеющий угол  $\alpha$ , лежит на горизонтальной плоскости. Вертикальный стержень, опускающийся со скоростью  $v$ , заставляет клин скользить по этой плоскости. Какова скорость клина?

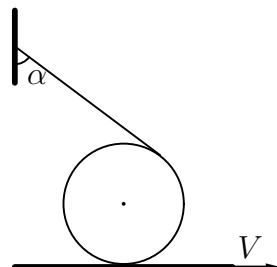
42. Скорость монеты, соскальзывающей с клина, изображена на рисунке. Графическим построением найдите скорость клина.



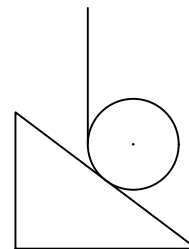
43. Тяжёлый диск радиуса  $R$  скатывается на двух нерастяжимых нитях, намотанных на него. Свободные концы нитей закреплены. Нити при движении диска постоянно натянуты. В некоторый момент угловая скорость диска равна  $\omega$ , а угол между нитями  $\alpha$ . Какова в этот момент скорость центра диска?



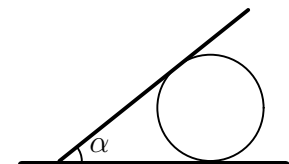
Задача 43.



Задача 44.



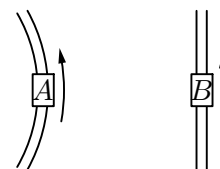
Задача 45.



Задача 47.

44. Цилиндр с намотанной на него нитью, второй конец которой закреплён, находится на горизонтальной подставке, движущейся поступательно с постоянной горизонтальной скоростью  $V$ . Найти скорость оси цилиндра в зависимости от угла  $\alpha$ , образуемого нитью с вертикалью. Относительно подставки цилиндр не проскальзывает.
45. Цилиндр радиуса  $R$  с намотанной на него нитью, второй конец которой закреплён, скатывается с гладкой наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом. Зная, что в момент, когда нить вертикальна, угловая скорость вращения цилиндра равна  $\omega$ , найдите: а) скорость движения его оси, б) скорость его точки касания с наклонной плоскостью.
46. Бревно, упираясь нижним своим концом в угол между стеной и землёй, касается дна кузова грузовика на высоте  $H$  от земли. Найдите угловую скорость бревна в зависимости от угла  $\alpha$  между ним и горизонтом, если грузовик отъезжает от стены со скоростью  $u$ .
47. Стержень, одним концом шарнирно закреплённый на горизонтальной плоскости, лежит на цилиндре. Угловая скорость стержня  $\omega$ . Проскальзывания между цилиндром и плоскостью нет. Найдите зависимость угловой скорости цилиндра от угла  $\alpha$  между стержнем и плоскостью.

48. Как известно, земной шар делает полный оборот вокруг своей оси за 23 ч 56 мин 04 с. Следовательно, за сутки все часы, циферблат которых разделён на 24 часа, должны отставать почти на 4 мин. Это составляет почти полчаса в неделю. Почему же мы не замечаем этого отставания и не подводим все часы непрерывно?
49. Каким было бы число дней в году, если бы Земля вращалась вокруг Солнца в противоположном направлении?
50. Луна обращена к Земле постоянно одной стороной. Сколько оборотов совершит она вокруг своей оси за время полного оборота вокруг Земли?
51. На сколько в среднем звездные сутки короче солнечных? Земля обходит Солнце за 365,25 солнечных суток.
52. Период обращения Меркурия вокруг Солнца составляет 88 земных суток, а вокруг своей оси — 59 земных суток. Какова продолжительность дня и ночи на Меркурии?
53. При движении доски на круглых катках она сохраняет горизонтальное положение и остаётся на одной и той же высоте. Можно ли осуществить такое движение, пользуясь некруглыми катками?
54. Горизонтальный диск вращается вокруг своей оси, делая 5 об/мин. Человек идёт вдоль радиуса диска с постоянной скоростью  $v = 1,5$  м/с относительно диска. Как меняется модуль скорости человека относительно Земли в зависимости от расстояния от оси диска. Чему равна величина этой скорости на расстоянии  $R = 3$  м от оси?
55. Цилиндр радиуса  $R = 20$  см вращается вокруг своей оси, делая 20 оборотов в минуту. Вдоль образующей цилиндра движется тело с постоянной скоростью  $v = 30$  см/с относительно поверхности цилиндра. Определите полную скорость и ускорение этого тела.
56. Круглая горизонтальная карусель вращается вокруг своей оси со скоростью  $\omega = 3$  с<sup>-1</sup>. Шар катится по земле в направлении центра карусели со скоростью 7 м/с. Найти скорость шара относительно карусели в момент, когда он находится на расстоянии 8 м от центра карусели.
57. Наблюдатель  $A$  жёстко связан с телом  $S$  и движется вместе с ним, имея постоянную по модулю скорость  $V_A$ . Наблюдатель  $B$  движется с постоянной по модулю скоростью  $V_B$ , большей  $V_A$  и всегда направленной в ту же сторону. Может ли при этих условиях наблюдатель  $B$  казаться наблюдателю  $A$  неподвижным?
58. Две круглые платформы расположены рядом и вращаются в противоположных направлениях. Расстояние между их центрами равно 5 м. Угловая скорость каждой платформы равна 1 рад/с. На платформах на расстояниях 2 м от их центров находятся наблюдатели  $A_1$  и  $A_2$ . Чему равна скорость наблюдателя  $A_2$  относительно наблюдателя  $A_1$  в момент, когда расстояние между ними равно 1 м?
59. Вагон  $A$  движется по закруглению радиусом  $OA = R$ , а вагон  $B$  — прямолинейно. Расстояние  $AB$  также равно  $R$ , а скорость каждого вагона равна  $V$ . Найдите скорость вагона  $A$  относительно вагона  $B$  и скорость вагона  $B$  относительно вагона  $A$ .



**Ответы**

1. Да.

2.  $u = \frac{v}{\cos \alpha}$ .

3.  $u = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha}}{\sin \alpha}$ .

4.  $u = -2v$ .

5.  $u = v \left( \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$ .

6.  $2a \sin \frac{\alpha}{2}$ .

7\*  $\sqrt{v^2 \sin^2 \alpha + \left( \frac{Lv \cos \alpha + lu \sin \alpha}{L+l} \right)^2}$ .

8.  $4\omega^2 R$ .

9.  $u = v \frac{R}{l}, a = v^2 \frac{2R^2}{l^2 \sqrt{4R^2 - l^2}}$ .

10.  $v = \omega a \operatorname{tg} \alpha$ .

11\*  $u = v \frac{r}{R}$ .

12\* 2 см/с.

13.  $V_A = V \frac{\sqrt{7}}{2}$ .

14\*  $\omega = 0,628n \frac{\text{рад}}{\text{с}}, n = 0,1,2,3$ .

15.  $u = V_0 \operatorname{tg} \alpha, a = \frac{V_0^2}{L \cos^3 \alpha}$ .

16.  $u = \frac{V_0}{2 \cos \alpha}, a = \frac{V_0^2}{2L \cos^3 \alpha}$ .

17.  $\frac{V^2}{l\sqrt{3}}$ .

18\*  $a = 2\sqrt{\frac{19}{3}} \frac{v_0^2}{l}$ .

19.  $a = \frac{V_0^2}{4L \cos^3 \alpha}$ .

20.  $a = \frac{V_0^2}{4L \sin^2 \alpha \cos \alpha}$ .

21.  $V = 2\omega l, a = 2\omega^2 l$ .

22. Назад.  $v = u \frac{R-r}{r}$ .

23.  $8\omega r$ .

24\*  $20\omega^2 r$ .

25.  $4R$ .

26.  $8R$ .

27.  $\frac{8}{3}R$ .

29.  $\Omega = 8\omega$ .

30.  $\omega = \frac{\omega_1 r + \omega_2 R}{R-r}, V = \frac{\omega_2 R - \omega_1 r}{2}$ .

31.  $\omega = \frac{V_0}{R-r}, V = V_0 \frac{R}{R-r}$ .

32.  $\omega = \frac{v_1 - v_2}{2r}, v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ .

33.  $\omega = \frac{v_2 - v_1}{R+r}, v = \frac{v_1 R + v_2 r}{R+r}$ .

35\*  $u = \frac{vR \cos \alpha}{R \cos \alpha - r}$ .

36. Диаметр.

37.  $u = v \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$ .

38. 5 см.

39. а)  $2v$ , б)  $0$ , в)  $v\sqrt{2}$ .

40.  $g \operatorname{ctg} \alpha$ .

41.  $v \operatorname{ctg} \alpha$ .

42.  $u = v \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha}$ .

43.  $v = \frac{\omega R}{\cos \frac{\alpha}{2}}$ .

44.  $V_0 = \frac{V}{1 + \sin \alpha}$ .

45. а)  $\frac{\omega R}{\sin \alpha}$ , б)  $\omega R \frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha}$ .

46.  $\omega = \frac{u \sin^2 \alpha}{H}$ .

47.  $\Omega = \frac{\omega}{\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2}}$ .

49. 367.

50. 1.

51. 3 мин 56 сек.

52. 179 сут.

53. Да.

56. 25 м/с.

57. Да.

58. 1 м/с.

59.  $V_A \text{ отн } B = 0, V_B \text{ отн } A = -V$ .