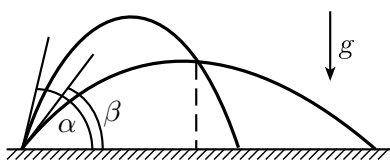
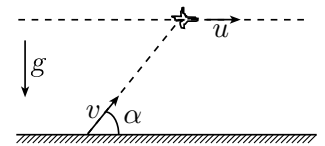
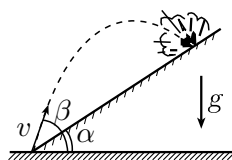


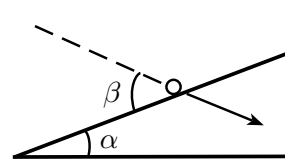
- Точка движется согласно уравнениям: $x = 2t + 6$, $y = t^2$. Проходит ли её траектория через точку $x = 10$, $y = 10$? Найдите величину и направление ускорения точки?
- Точка 1 движется согласно уравнениям: $x_1 = 2t$, $y_1 = 5t$, а точка 2 — $x_2 = t + 1$, $y_2 = t^2 + 4$. Встретятся ли эти точки?
- Из орудия произведён выстрел под углом α к горизонту. Начальная скорость снаряда v_0 . Поверхность земли горизонтальна. Найдите: а) горизонтальную и вертикальную проекции скорости как функции времени; б) зависимость координат x и y от времени; в) уравнение траектории, т. е. зависимость y от x ; г) время полёта, наибольшую высоту и дальность полёта снаряда.
- Дальность полёта тела, брошенного горизонтально со скоростью $v_0 = 5$ м/с, равна высоте, с которой его бросили. Чему равна эта высота и под каким углом к горизонту тело упало на землю?
- Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы дальность его полёта была втрое больше максимальной высоты его подъёма?
- Под каким углом к горизонту надо бросить камень, чтобы его скорость в точке максимального подъёма составляла половину начальной скорости?
- С какой скоростью был брошен камень под углом к горизонту, если на высоте 7,5 м его скорость оказалась вдвое меньше скорости в момент бросания?
- Камень бросили с крутого берега реки вверх под углом 30° к горизонту со скоростью $v_0 = 10$ м/с. С какой скоростью он упал в воду, если время полёта $t = 2$ с?
- Мяч, брошенный одним игроком другому под углом к горизонту со скоростью $v_0 = 20$ м/с, достиг высшей точки траектории через секунду. На каком расстоянии друг от друга находились игроки?
- Баскетболист бросает мяч в кольцо. Скорость мяча после броска $v_0 = 8$ м/с и составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. С какой скоростью мяч попал в кольцо, если он долетел до него за секунду?
- С балкона, находящегося на высоте 15 м, бросают вниз под углом к горизонту мяч со скоростью 20 м/с. Мяч при этом упруго ударяется о стену соседнего дома и падает на землю под балконом. Определить расстояние до соседнего дома, если время полёта мяча равно 1 с.
- С какой скоростью должен в момент старта ракеты вылететь снаряд из пушки, чтобы поразить ракету, стартующую вертикально с ускорением a ? Расстояние от пушки до места старта ракеты равно L , пушка стреляет под углом 45° к горизонту.
- Утка летела по горизонтальной прямой с постоянной скоростью u . В неё бросил камень неопытный «охотник», причём бросок был сделан без упреждения, т. е. в момент броска скорость камня v была направлена как раз на утку под углом α к горизонту. На какой высоте летела утка, если камень всё же попал в неё? С какой стороны камень ударил утку?
- Свободно падающее тело пролетело мимо точки A со скоростью v_0 . С какой скоростью оно пролетит мимо точки B , находящейся на h ниже A ?
- Камень бросают со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Через какое время скорость будет составлять угол β с горизонтом?
- Из отверстия шланга, прикрытого пальцем, бьют две струи под углом α и β к горизонту с одинаковой начальной скоростью v . На каком расстоянии от отверстия по горизонтали струи пересекутся?
- Из шланга, лежащего на земле, бьет под углом 45° к горизонту вода с начальной скоростью 10 м/с. Площадь сечения отверстия шланга 5 см². Определите массу струи, находящейся в воздухе.
- Из миномета ведут стрельбу по объектам, расположенным на склоне горы. На каком расстоянии от миномета будет падать мины, если их начальная скорость v , угол наклона горы α и угол стрельбы по отношению к горизонту β ?
- На гладкую неподвижную наклонную плоскость с углом наклона α налетает стальной шарик под углом β . При каких β шарик сможет вернуться в точку его первого удара о плоскость? Все соударения считать упругими.



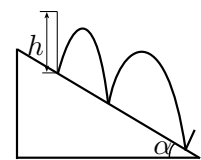
Задача 16



Задача 18

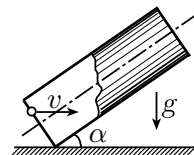
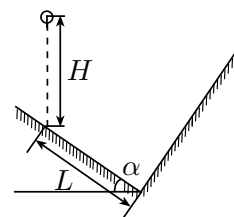


Задача 19



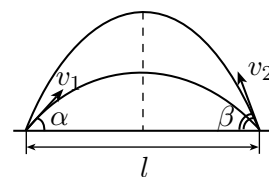
Задача 21

20. Стальной шарик налетает под углом β на гладкую наклонную плоскость с углом наклона α и, ударившись о неё несколько раз, попадает в точку первого удара. Сколько раз шарик ударился о наклонную плоскость прежде чем возвратился к точке первого удара? Все соударения считать упругими.
21. Шарик свободно падает с высоты h на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Найти отношение расстояний между точками, в которых подпрыгивающий шарик касается наклонной плоскости. Соударения шарика с плоскостью абсолютно упругие.
22. Шарик падает без начальной скорости с высоты H на наклонную плоскость, угол наклона которой равен α . Через какое время шарик ударится о стенку, расположенную перпендикулярно наклонной плоскости и находящуюся на расстоянии L от первой точки удара шарика об эту плоскость. Все удары шарика о наклонную плоскость упругие.
23. В прямоугольной коробке, упруго ударяясь о дно и правую стенку, по одной траектории туда и обратно прыгает шарик. Промежуток времени между ударами о дно и стенку равен τ . Дно коробки образует угол α с горизонтом. Найдите скорости шарика сразу после ударов.
24. Со стола высоты h сбрасывают упругий шарик, сообщая ему некоторую горизонтальную скорость. В момент, когда шарик испытывает одно из бесчисленных упругих соударений с полом, с того же стола горизонтально сбрасывают другой шарик, сообщая ему такую скорость, чтобы он столкнулся с первым шариком до следующего его удара о пол. На какой высоте произошла встреча?
25. В трубу длины l , наклонённую под углом α к горизонту, влетает шарик с горизонтальной скоростью v . Определите время пребывания шарика в трубе, если удары шарика о её стенки упругие.
26. По внутренней поверхности гладкого вертикального цилиндра радиуса R под углом α к вертикали пускают шарик. Какую начальную скорость ему надо сообщить, чтобы он вернулся в исходную точку?
27. Летевший вертикально вверх снаряд разорвался на максимальной высоте на множество осколков, полетевших во все стороны с одинаковыми скоростями. Осколки снаряда выпадают на землю в течение промежутка времени τ . Найдите скорость осколков в момент взрыва.
28. Снаряд разорвался на несколько осколков, полетевших во все стороны с одинаковыми скоростями. Осколок, полетевший вертикально вниз, достиг земли за время t_1 . Осколок, полетевший вертикально вверх, упал на землю через время t_2 . Сколько времени падали осколки, полетевшие горизонтально?
29. Осколки от разорвавшегося на некоторой высоте снаряда полетели во все стороны с одинаковыми скоростями. Осколок A , полетевший вертикально вверх, упал на землю через время t_1 , а горизонтально полетевший осколок B — через время t_2 . Какое расстояние по горизонтали пролетел осколок B ?
30. Осколки от разорвавшегося на некоторой высоте снаряда полетели во все стороны с одинаковыми скоростями. Осколок, полетевший вертикально вверх, упал на землю через время t_1 , а осколок, полетевший вертикально вниз — через время t_2 . Какое расстояние по горизонтали пролетел осколок, полетевший горизонтально?
31. При разрыве неподвижного зенитного снаряда он разлетается на очень большое число осколков, летящих равномерно во все стороны со скоростью v_0 . Такой снаряд, летящий вниз со скоростью u , разрывается на высоте H над землёй. Когда осколки будут падать на землю наиболее часто?
32. С башни по всевозможным направлениям с одинаковой начальной скоростью v_0 брошены камни. Оказалось, что камень, подлетевший к земле по наиболее пологой у самой земли траектории, имеет при подлёте вектор скорости, составляющий угол α с горизонтом. Определите высоту башни.
33. В некоторой точке на плоском склоне горы, составляющем угол α с горизонтом, произошёл взрыв. Множество осколков снаряда разлетаются от места взрыва с одинаковыми по модулю скоростями v во всевозможных направлениях. Через какое время после взрыва упадёт последний осколок? На каком расстоянии от места взрыва он упадёт?
34. Два тела одновременно выброшены из одной точки с начальными скоростями v_1 и v_2 , лежащими в одной вертикальной плоскости, под разными углами α_1 и α_2 к горизонту. Чему равна скорость движения тел друг относительно друга? Чему равно расстояние между телами по прошествии времени τ ?
35. Камень бросают из точки A со скоростью v под углом α к горизонту. Одновременно с этим второй камень отпускают без начальной скорости из точки B , отстоящей от точки A на l по горизонтали и на h по вертикали. При каких значениях v и α камни столкнутся?



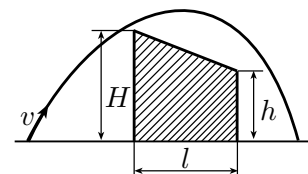
36. Из точки A вертикально вверх брошен камень со скоростью $v = 10$ м/с. Через какое время следует бросить с той же по модулю скоростью второй камень из точки B под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, чтобы он попал в первый камень? Точки A и B расположены на одной горизонтали. Расстояние между ними $l = 5$ м.
37. Неудачливые охотники на привале развлекались стрельбой по брошенным вертикально вверх бутылкам. Как известно, из-за конечной скорости пули стрельбу по движущимся объектам ведут с некоторым упреждением, т.е. целятся не в сам объект, а несколько впереди него. Один из охотников был совсем неопытным и стрелял без упреждения (целился прямо в бутылку). И тем не менее он бутылку разбил. С какой скоростью бутылка была брошена вверх, если расстояние от стрелка до охотника, бросившего вверх бутылки, равно 30 м, а выстрел был произведён под углом 30° к горизонту?
38. Два тела находились на одинаковой высоте на расстоянии 20 метров друг от друга. В некоторый момент одно тело отпустили, а второе бросили под углом 30° к прямой, соединяющей тела. На какое минимальное расстояние сблизилась тела?

39. Из двух точек, находящихся на расстоянии $l = 10$ м друг от друга, одновременно бросили навстречу друг другу под углом к горизонту $\alpha_1 = 30^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$ два тела. При падении тела меняются местами. Определите величину относительной скорости этих тел в момент, когда они находятся на одной вертикали.

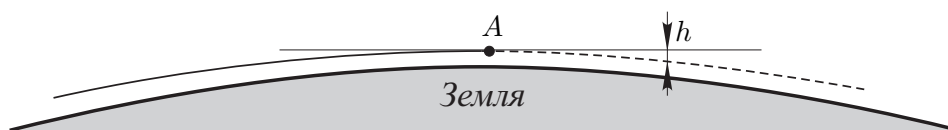


40. Снаряд, вылетев из орудия, попал в точку с координатами x по горизонтали и y по вертикали. Начальная скорость снаряда v_0 . Найдите: а) тангенс угла, образуемого стволом орудия с горизонтом; б) границу области возможного попадания снаряда; в) наименьшую начальную скорость снаряда, при которой он может попасть в точку с координатами x, y . Под каким углом к горизонту его следует бросать с этой скоростью?
41. При какой наименьшей скорости бросания тела с вершины башни высотой h , оно сможет упасть на расстоянии l от подножия башни?
42. Под каким углом к горизонту следует бросать со скоростью v_0 камень с башни высотой h , чтобы дальность полёта была максимальной?
43. Под каким углом к горизонту необходимо бросить камень с обрывистого берега реки, чтобы он упал в воду возможно дальше от берега? Высота обрыва $H = 20$ м, начальная скорость камня $v_0 = 14$ м/с.
44. При осаде древней крепости осаждённые вели стрельбу по наступавшему противнику с помощью катапульт из-за крепостной стены высотой $h = 20,4$ м. Начальная скорость снарядов $v_0 = 25$ м/с. На каком максимальном расстоянии S_{\max} от стены находились цели, которых могли достигать снаряды катапульты? Сравните это расстояние с максимальной дальностью L_{\max} снаряда катапульты. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

45. Тело брошено с башни так, что дальность полёта максимальна. Найдите угол между начальной и конечной скоростью.
46. С какой минимальной начальной скоростью можно перебросить с уровня земли камень через стену высотой H и толщиной L , если для броска можно выбрать любое место?
- 47* При какой минимальной начальной скорости можно перебросить камень через дом с покатой крышей. Ближайшая стена имеет высоту H , задняя стена — высоту h , ширина дома равна l .
- 48* При какой минимальной начальной скорости можно перебросить камень через дом с покатой крышей. Сумма длин двух стен и крыши равна L .



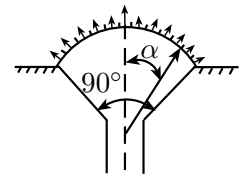
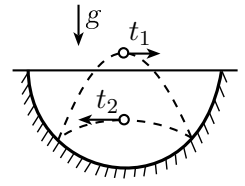
- 49* Через время τ скорость брошенного под углом к горизонту тела оказалась перпендикулярна начальной скорости. Найдите модуль перемещения тела за это время.



Задача 50

50. По низкой круговой орбите вокруг Земли летит спутник. В момент времени t_0 он оказался в точке A . На какое расстояние h от касательной, проведённой к траектории спутника в точке A , он удалился за время $\tau = 20$ с? Радиус Земли $R = 6400$ км, ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².

51. С высоты $h = 10$ метров без начальной скорости отпускают камень. В тот же момент из точки, находящейся прямо под камнем, начинает удирать по горизонтальной плоскости с постоянной скоростью заяц. При какой минимальной скорости зайца расстояние между ним и камнем в процессе движения не будет уменьшаться?
- 52* В сферической лунке прыгает шарик, упруго ударяясь о её стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Промежуток времени между ударами при движении шарика слева направо всегда равен t_1 , а при движении справа налево — t_2 . Определите радиус лунки.
- 53* Наблюдатель движется с постоянной скоростью вдоль некоторой наклонной прямой. Брошенное под углом к горизонту тело пересекает траекторию наблюдателя дважды с интервалом времени τ . Оба раза тело находится впереди наблюдателя на одном и том же расстоянии от него. Как выглядит с точки зрения наблюдателя траектория тела? После второго пересечения наблюдатель измеряет пути, пройденные телом за последовательные равные промежутки времени длительностью τ . Найдите отношение этих путей.
- 54* В дождевальных установках для полива полей используются сферические насадки с большим числом одинаковых отверстий, через которые вода вытекает со скоростью u . Как должно зависеть от угла α число отверстий, приходящихся на единицу площади, чтобы поле вокруг насадки поливалось равномерно? Считайте, что насадка расположена на уровне земли, и её размер мал по сравнению с размером поливаемого ею круга. Угол раствора конуса насадки равен 90° .
55. Небольшой мяч, брошенный с поверхности земли, через $t_1 = 1,2$ с упруго ударился о вертикальную стену дома и через $t_2 = 1,0$ с упал на землю. На какой высоте находится место удара?
- 56* Небольшой мяч, брошенный с поверхности земли, через время t_1 после броска упруго ударился о наклонную стену и через время t_2 после удара вернулся в точку бросания. Найдите расстояние от точки бросания до места удара.



Ответы

1. Нет, $a = 2$ м/с².
2. Да.
4. 5 м, $63,4^\circ$.
5. $53,1^\circ$.
6. 60° .
7. 14,1 м/с.
8. 17 м/с.
9. 34 м.
10. 5 м/с.
11. 8,66 м.
12. $v = \sqrt{L(a+g)}$.
13. $h = \frac{2u}{g}(v \cos \alpha - u) \operatorname{tg}^2 \alpha$.
14. $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.
15. $t = \frac{v_0}{g}(\sin \alpha - \cos \alpha \operatorname{tg} \beta)$.
16. $L = \frac{2v^2}{g(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)}$.
17. 7 кг.
18. $L = \frac{2v^2 \cos^2 \beta}{g \cos \alpha}(\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)$.
19. $\operatorname{ctg} \beta = n \operatorname{tg} \alpha$.
20. $n = \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1$.
21. 1:2:3:4...
22. $t = \sqrt{\frac{2(L + H \sin \alpha)}{g \sin \alpha}}$.
23. $g \sin \alpha, g \cos \alpha$.
24. $\frac{3}{4}h$.
25. $\frac{2v_0}{g} \operatorname{ctg} \alpha$.
26. $v_n = \sqrt{\frac{2\pi g R}{\sin 2\alpha} n}$.
27. $\frac{1}{2}g\tau$.
28. $\sqrt{t_1 t_2}$.
29. $L = \frac{gt_2}{2t_1}(t_1^2 - t_2^2)$.
30. $L = \frac{1}{2}g\sqrt{t_1 t_2}(t_1 - t_2)$.
32. $h = \frac{v_0^2}{2g} \operatorname{tg}^2 \alpha$.
33. $t = \frac{2v}{g \cos \alpha}, l = \frac{2v^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}$.
34. $u = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}, l = u\tau$.
35. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{l}$.
36. 1 с.
37. $v = 18,6$ м/с.
38. 10 м.
39. 15 м/с.
41. $v = \sqrt{g(\sqrt{l^2 + h^2} - h)}$.
42. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$.
43. 30° .
44. $L_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \approx 64$ м.
45. 90° .
46. $\sqrt{g(2H + L)}$.
- 47* $v = \sqrt{g(\sqrt{l^2 + (H-h)^2} + h + H)}$.
- 48* $v = \sqrt{gL}$.
- 49* $S = \frac{g\tau^2}{2}$.
50. $h = \frac{g\tau^2}{2} \approx 2000$ м.
51. 10 м/с.
- 52* $R = \frac{gt_1 t_2}{2\sqrt{2}}$.
- 53* 1:2:3:4...
- 54* $\frac{\sin 4\alpha}{\sin \alpha}$.
55. $H = \frac{gt_1 t_2}{2} = 6$ м.
- 56* $H = \frac{gt_1 t_2}{2}$.